Universidad Simón Bolívar
Departamento de Computación y Tecnología de la Información
CI2511 - Lógica Simblica
Septiembre-Diciembre 2007

Nombre: ______________________________ Carnet: ______________________________

Parcial III (35 pts)

Preg 1/10	Preg 2/10	Preg 3/7	Preg 4/8	TOTAL/35

1. En las siguientes cinco preguntas, seleccione únicamente las opciones que responden correctamente a cada pregunta. (Valor 2 ptos cada una).

   (a) Se desea aplicar el teorema de distributividad del $\wedge$ sobre $\exists$ en:

   $$P \wedge (\exists y \mid E(y) \wedge I(y, 'c') : (\forall w \mid U(w, 'c') : V(y, w)))$$

   indique cuáles de las siguientes expresiones pueden corresponder con P.

   i. $(\forall x \mid M(x) : (\exists y \mid P(y) : D(y, x)))$
   ii. $(\exists y \mid P(y) : \neg D(y, x))$
   iii. $(\forall x \mid M(x) : D(y, x))$
   iv. $E('A')$
   v. $I('A', y)$
   vi. $E(x)$

   (b) Se desea aplicar el teorema de distributividad del $\vee$ sobre $\exists$ en:

   $$Q \vee (\exists y \mid E(y) \wedge I(y, 'c') : (\forall w \mid U(w, 'c') : V(y, w)))$$

   indique todas las condiciones que en conjunto nos permiten aplicar el teorema.

   i. La cuantificación está definida.
   ii. $\neg ocurreL(x, Q)$
   iii. $E('A')$
   iv. $I('L', 'c')$
   v. $I('A', 'c')$
   vi. $\neg ocurreL(y, Q)$

(c) Se desea aplicar el teorema de intercambio de cuantificaciones en:

$$(\exists y \mid E(y) \land E(y, 'c') : (\forall w \mid U(w, 'c') : V(y, w)))$$

indique todas las condiciones que en conjunto deben cumplirse para aplicar el teorema.

i. $\neg ocurreL(w, y) \land \neg ocurreL(w, 'c')$
ii. $\neg ocurreL(w, E(y))$
iii. $\neg ocurreL(w, I(y, 'c'))$
iv. $\neg ocurreL(y, E(y))$
v. $\neg ocurreL(y, I(y, 'c'))$
vi. $\neg ocurreL(y, U(w, 'c'))$
vii. $\neg ocurreL(y, V(y, w))$

(d) Dada la siguiente expresión:

$$(\forall w \mid U(w, 'c') \land U(w, 'm') : (\exists y \mid: V(y, w) \land (\exists y \mid: I(y, 'c'))))$$

indique cuáles teroemas se pueden aplicar directamente:

i. Axioma de separación de rango (8.18).
ii. Axioma de distributividad (8.15).
iii. Axioma de anidamiento (8.20).
iv. Intercambio de cuantificaciones (9.29).
v. Regla de un punto, dado que $\neg ocurreL(w, E)$.
vi. Renombramiento de la variable de cuantificación w por la variable m (8.22).

(e) Dada la siguiente expresión:

$$(\forall w \mid U(w, 'c') \land U(w, 'm') : (\exists y \mid: V(y, w)) \land (\exists y \mid: I(y, 'c')))$$

indique cuáles de las siguientes expresiones corresponden a la aplicación de la instanciación de la variable w por la constante $'USB'$.

i. $U('USB', 'c') \land U('USB', 'm') \land (\exists y \mid: V(y, 'USB')) \land (\exists y \mid: I(y, 'c'))$
ii. $U('USB', 'c') \land U('USB', 'm') \land (\exists y \mid: V(y, w)) \land (\exists y \mid: I(y, 'c'))$
iii. $U('USB', 'c') \land U('USB', 'm') \Rightarrow (\exists y \mid: V(y, 'USB')) \land (\exists y \mid: I(y, 'c'))$
iv. $U('USB', 'c') \land U('USB', 'm') \Rightarrow (\exists y \mid: V(y, w)) \land (\exists y \mid: I(y, 'c'))$

2. Modele el siguiente enunciado haciendo uso de la Lógica de Predicados. Especifique el vocabulario a través de: dominios, constantes, símbolos relacionales y funcionales.
   (Valor 10 ptos.)

   En cualquier centro comercial hay exactamente un Santa. Cada niño que visita alguna ciudad, habla con al menos uno de los Santas que está en alguno de los centros comerciales de la ciudad que visita. Si un niño es bueno o habla con algún Santa, obtiene un regalo, a menos que no crea en la Navidad. En consecuencia, a pesar que un niño no pueda hablar con un Santa, si cree en la Navidad, entonces recibirá un regalo.

3. Demuestre el teorema de monotonía del existencial (9.27). (Valor 7 ptos.)

$$(\forall x \mid R(x) : P(x) \Rightarrow Q(x)) \Rightarrow ((\exists x \mid R(x) : P(x)) \Rightarrow (\exists x \mid R(x) : Q(x)))$$

4. Dada la siguiente formalización de un argumento, demuestre que es un teorema usando el método de suponer el antecedente y probar el consecuente por contradicción (reducción al absurdo). (Valor 8 ptos.)

$$
\begin{array}{ll}
\text{H0:} & (\forall x \mid: P(x)) \wedge (\forall y \mid: Q(y)) \Rightarrow (\exists z \mid: R(z)) \\[1em]
\text{H1:} & (\forall x \mid: \neg R(x)) \vee ((\exists z \mid: S(z)) \Rightarrow (\forall z \mid: \neg T(z))) \\[1em]
\text{H2:} & (\exists x \mid: \neg X(x)) \Rightarrow (\exists x \mid: S(x)) \wedge (\exists t \mid: T(t)) \\[0.5em]
\hline
\therefore & (\exists z \mid: \neg(P(z) \wedge Q(z))) \vee (\forall z \mid: X(z))
\end{array}
$$